

Institut für Mathematisches Lernen Hamburg
Albrecht Gründler

Finger, Bilder, Rechnen



Förderung des Zahlverständnisses im Zahlraum bis 10

Eltern-Schüler-Lehrer-Gespräch

Das Gespräch entspricht einem Zielklärungsgespräch mit einer Lernvereinbarung des Hamburgischen Schulgesetzes.

Hamburg, 01.02. 2011

Lernvereinbarung für: Klasse: 2a

Teilnehmer: _____

Verabredung: Das nehme ich mir für das nächste Halbjahr vor:

Ich möchte gerne ohne Fingerⁿ rechnen können.

!

Wir werden dich unterstützen:

Im Hause:
Mathematik aus 1. S. Jahr bearbeiten

In der Schule:
Fr. ... , Fr. ...

Unterschriften: Mad (Schülerinnen/Schüler) Eltern Lehrer ✓

Ein Lernexperiment: Wir ersetzen die uns bekannten Wörter für Zahlen durch ebenfalls bekannte, mit denen wir keine Mengenvorstellung verbinden.

fest ge mau ert in der er den steht die

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$\square + 3 = 8$$

Ein Blick in die Denkwerkstatt:
Ende gut – alles gut?

$$8 + 3 = 11$$
$$\dots 11 + 3 = 8 \text{ ???}$$

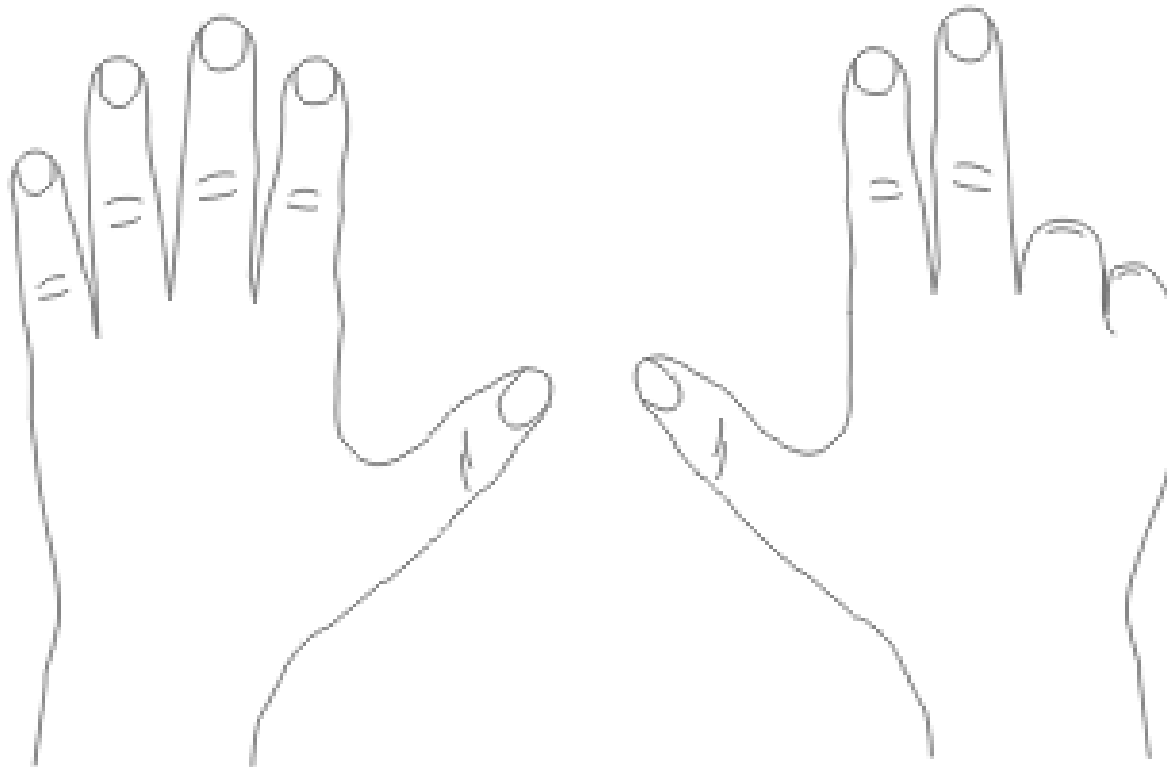
$$8 - 3 = \square$$

$$3 \text{ bis } 8 \text{ ist } \dots 3 + 2 = 5,$$
$$5 + 2 = 7, 7 + 1 = 8$$

ach so, 3 bis 8 $2 + 2 = 4, + 1$ also **5**

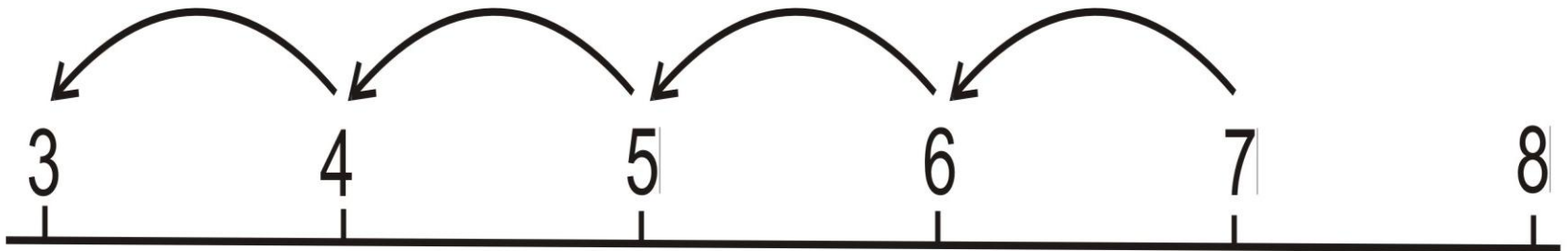
- kein Mengenkonzept der Zahlen und Operationen
- Orientierung an der Zahlreihe
- „Vorwärtsgehen“ – „Rückwärtsgehen“
- Arbeiten mit „Tricks“ und nach Tipps
- hoher Konzentrationsbedarf

Wie viele? → kardinales Zahlverständnis → **alle acht**



vorherrschendes ordinales Zahlverständnis

Lösung der Aufgabe $7 - 4$ auf dem Wege des zählenden Rechnens



fest ge mau ert in der er den steht die

Wie viel ist **ert** plus **in** ?

Wie viel ist **der** minus **ert** ?

Berechnen Sie *in plus 3* !

Wie viel ist *er minus 4* ?

Vergleichbare Anstrengungen müssen „Zählkinder“ unternehmen!
Und ohne Zählhilfe (z.B. Finger) ist es fast unmöglich.

Das zählende Rechnen – ein erschwertes Rechnen

- zeitaufwendig
- verlangt äußerste Konzentration
- benötigt Zählhilfen (z.B. Finger)
- (systematisch) fehleranfällig

Das zählende Rechnen – eine Sackgasse

- keine Automatisierung der Grundaufgaben
- Strukturverständnis des Zehnersystems beeinträchtigt
- keine Orientierung im erweiterten Zahlraum
- Zählstrategien versagen zunehmend bei mehrstelligen Zahlen

Voraussetzungen für mengenorientiertes Zahl- und Operationsverständnis

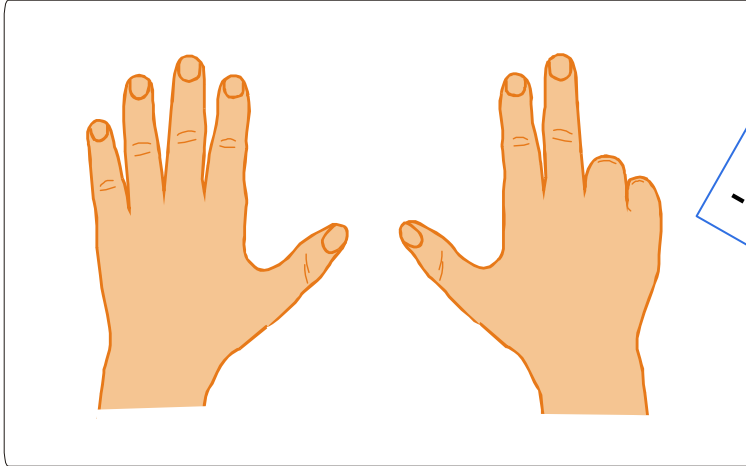
- die Zahl x als Zusammensetzung aus x -vielen verstanden haben
- Zahlen als Zusammensetzung aus anderen Zahlen verstanden haben
- eine verlässliche innere Repräsentation dafür entwickelt haben

Der Hamburger Zahlbegriffs- und Rechenaufbau (HamZaRa) – aka „Finger – Bilder – Rechnen“

- Inhaltlicher Aufbau
- Lernstufen
- Arbeitsmittel

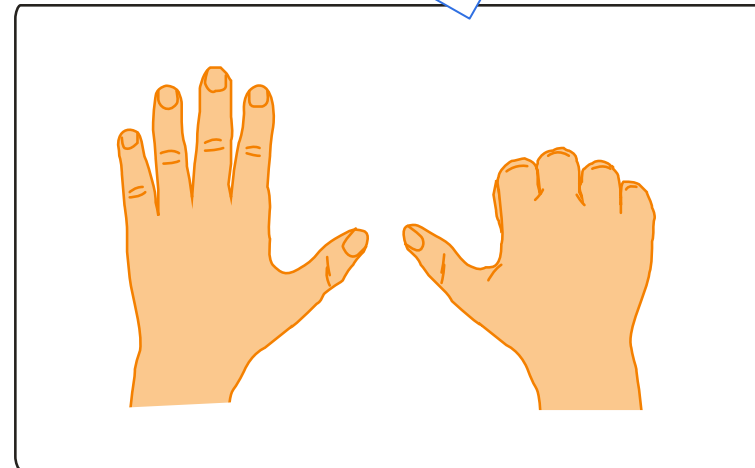
Erster Lernschritt:

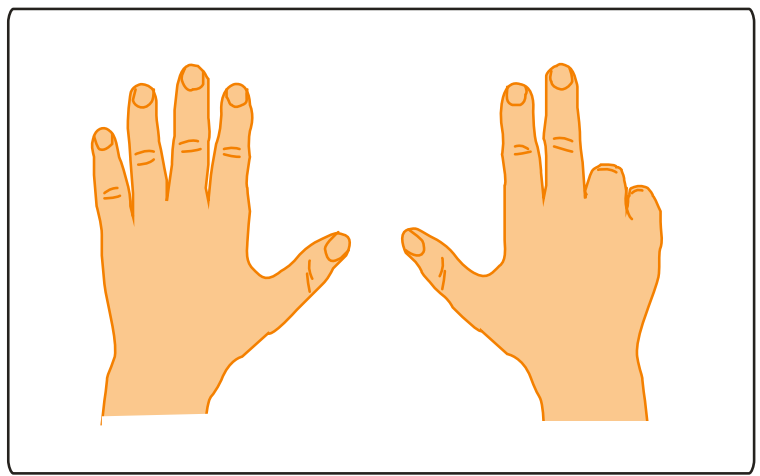
Die Zahl als Anzahl



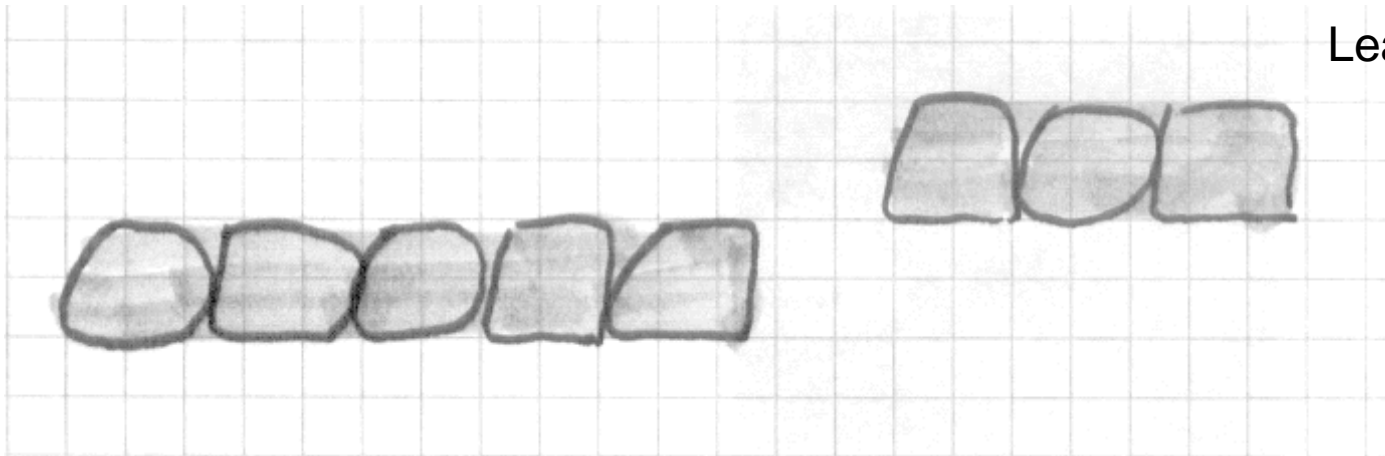
Arbeitsmittel Fingerbilder

- immer verfügbar
- handelnd/sinnlich erfahrbar
- vorstellbar/antizipierbar
- strukturiert über 5 und 10



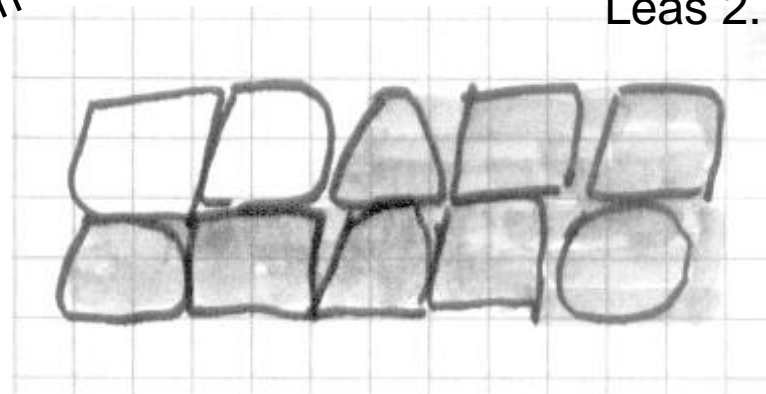


Arbeitsmittel Zehnerfeld
- analog strukturiert

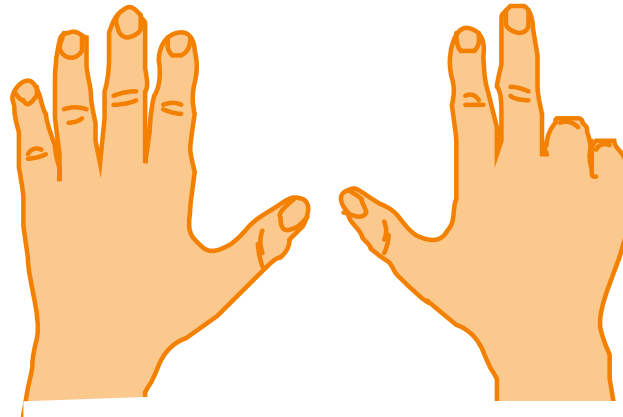


Leas 1. Versuch

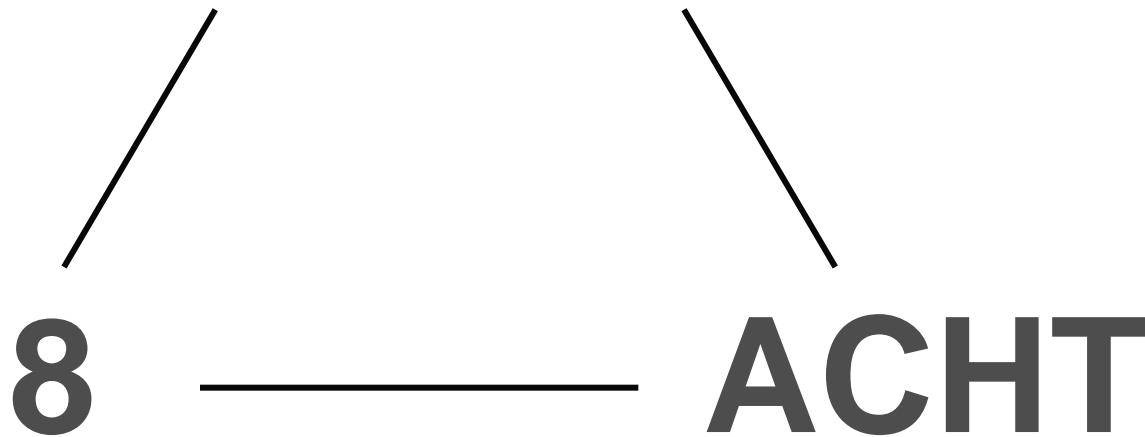
aus der Vorstellung rekonstruieren

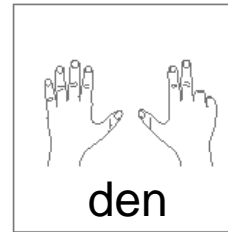
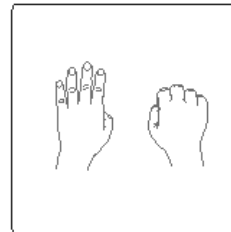
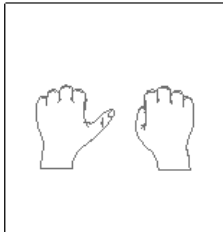
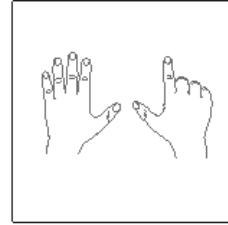
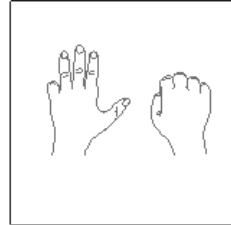
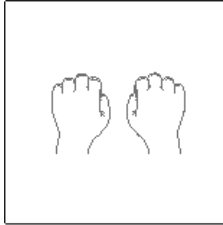


Leas 2. Versuch

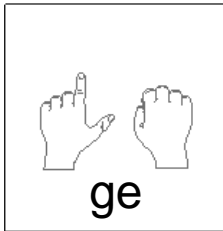


- Mengenbild
- Zahlwort
- Ziffer

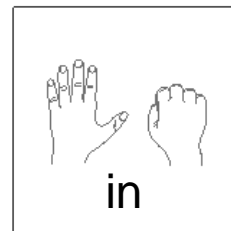




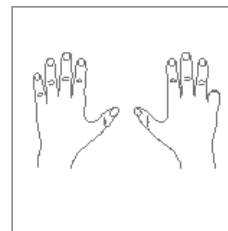
den



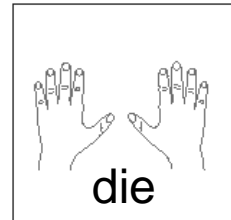
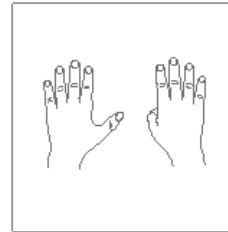
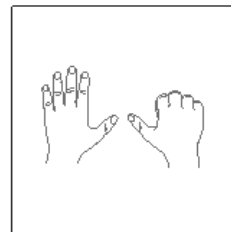
ge



in



mau



die

*Fortsetzung unseres
Lernexperiments:
Wir verknüpfen die
Zahlnamen für die 2,
die 3, die 5, die 8
und die 10 mit den
Fingerbildern.*

Zweiter Lernschritt:

Die Zahlzerlegungen

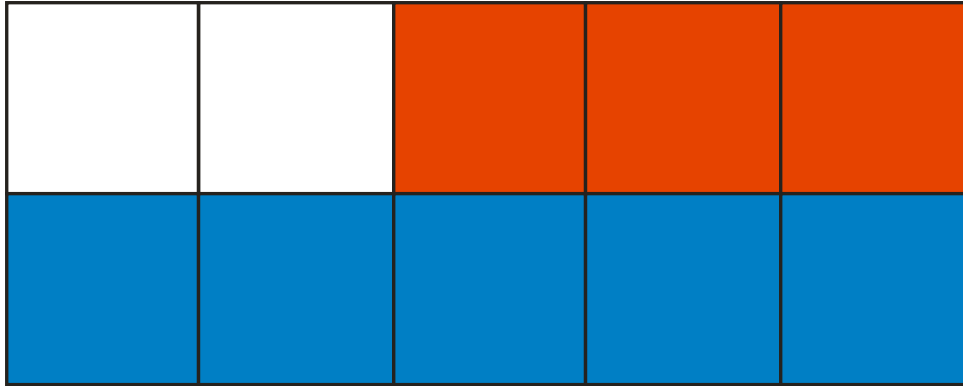
enaktiv



In der Acht ...

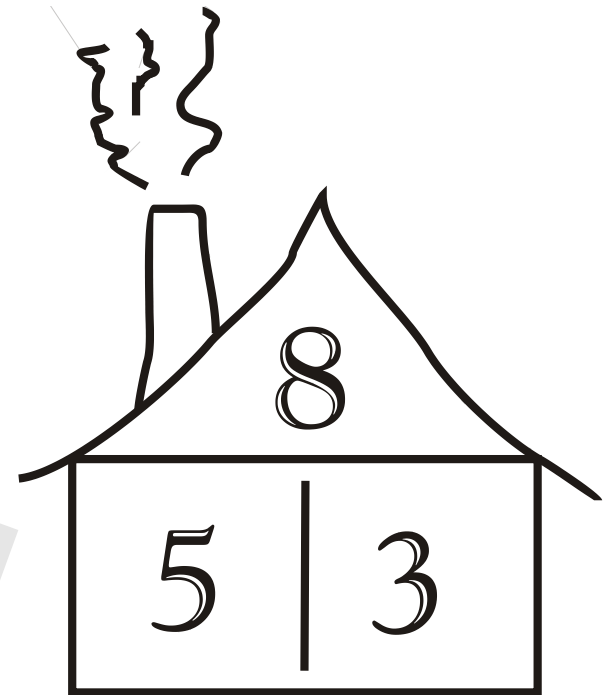
... ist eine Fünf ...

... zusammen mit der Drei.



ikonisch

symbolisch



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1 1	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	9 1
		1 2	2 2	3 2	4 2	5 2	6 2	7 2	8 2
			1 3	2 3	3 3	4 3	5 3	6 3	7 3
				1 4	2 4	3 4	4 4	5 4	6 4
					1 5	2 5	3 5	4 5	5 5
						1 6	2 6	3 6	4 6
							1 7	2 7	3 7
								1 8	2 8
									1 9

Die Anzahl „schwieriger“
Zahlzerlegungen wird übersichtlich.



In der ...

... ist eine ...

... zusammen mit der

Stufen der Aneignung

Automatisierung

Symbolische Darstellungen

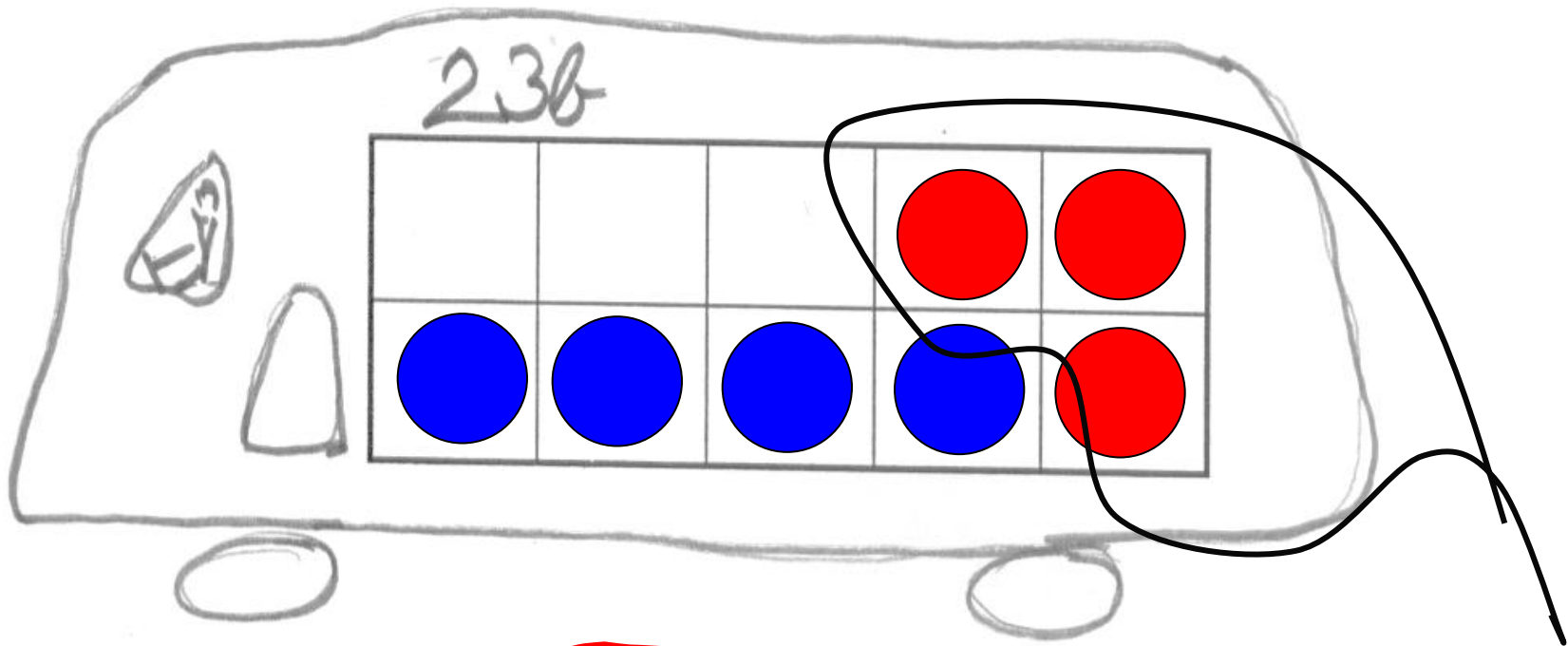
Anschauliche Vorstellungsbilder

Handelnder Umgang

Dritter Lernschritt:

Addition und Subtraktion als
Mengenoperationen verstehen

Rechengeschichten:



Sieben Leute sitzen im Bus. Drei steigen aus. Jetzt sind noch vier Fahrgäste im Bus.

$$7 - 3 = 4$$

Schlusstest

- *in* plus *in* ist gleich _____
- *in* minus **ge** ist gleich _____
- **mau** plus **ge** ist gleich _____
- **den** minus *in* ist gleich _____

Wirksamkeit des Förderprogramms:

- praktische Bewährung
- empirische Evaluation

Heidrun Claus / Jochen Peter

Finger, Bilder, Rechnen



Förderung des
Zahlverständnisses
im Zahlraum bis 10

gruendler@iml-hamburg.de

Vandenhoeck & Ruprecht